Apolloniovy kružnice a jejich dimenze

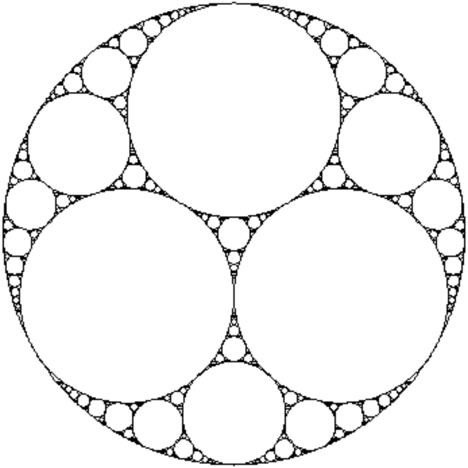
Miroslav Rypka

StatGis Team

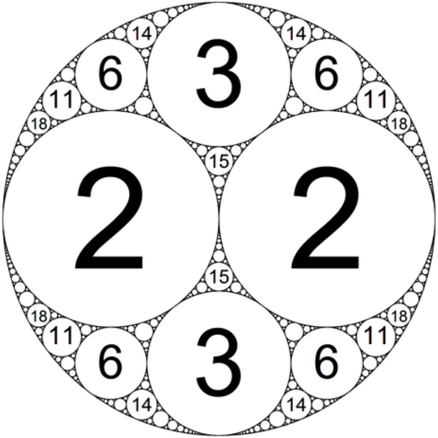
european social fund in the czech republic
EUROPEAN UNION
MINISTRY OF EDUCATION, YOUTH AND SPORTS
OP Education for Competitiveness
INVESTMENTS IN EDUCATION DEVELOPMENT

DEPARTMENT OF GEOINFORMATICS
Palacký University in Olomouc

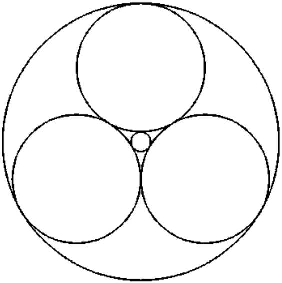
Apolloniovy kružnice

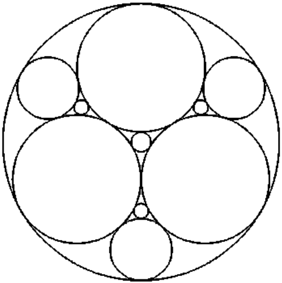


Apolloniovy kružnice

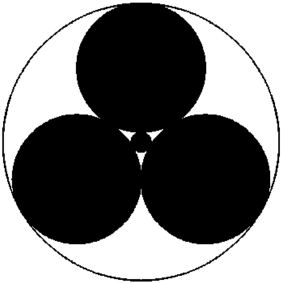


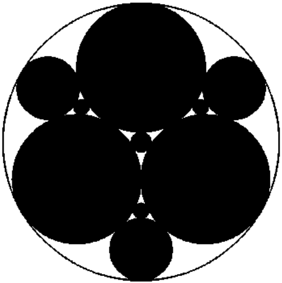
Apolloniovy kružnice-jednodimenzionální?





Apolloniovy kružnice-dvoudimenzionální?

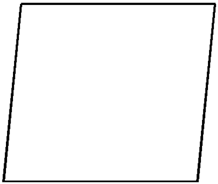




Topologická dimenze

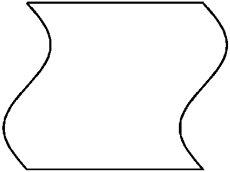
$\leftrightarrow$

$\dim = 1$

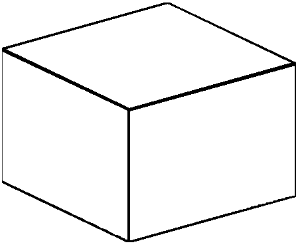


$\leftrightarrow$

$\dim = 2$

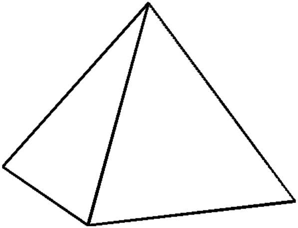


Topologická dimenze



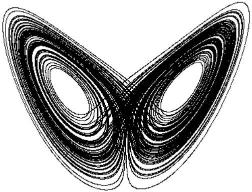
$\leftrightarrow$

$\dim = 3$

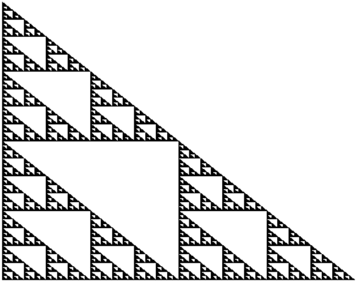


Homeomorfismus zachovává topologickou dimenzi.

Příklady fraktálů



Lorenzův atraktor

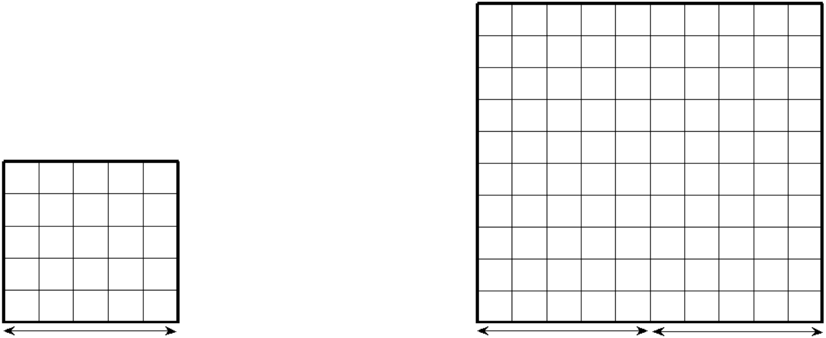


Sierpinského trojúhelník

Škálování

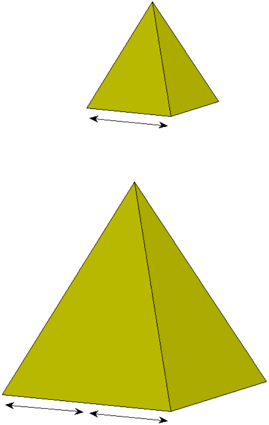
$$s \times \text{ větší šířka } \Rightarrow s^1 \times \text{ větší délka}$$

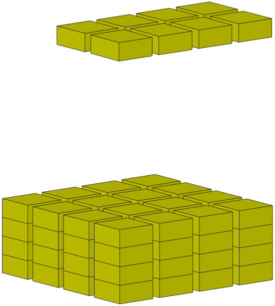
Škálování



$s\times$ větší šířka $\Rightarrow s^2\times$ větší povrch

Škálování



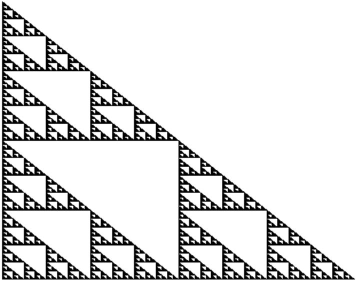


Škálování

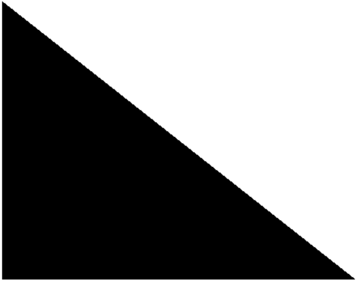
$$\text{Objem} \approx \text{šířka}^D$$

$$D = \frac{\log \text{objem}}{\log \text{šířka}}$$

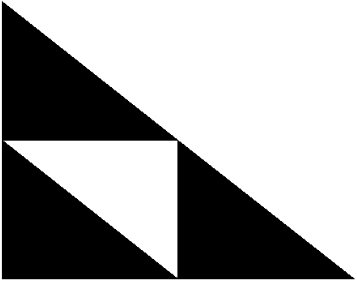
Škálování



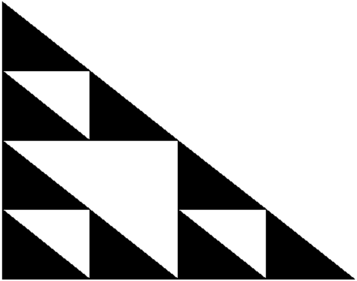
Škálování



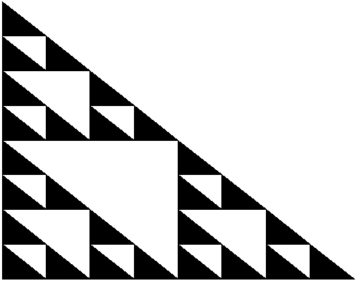
Škálování



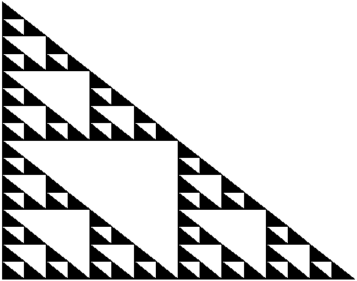
Škálování



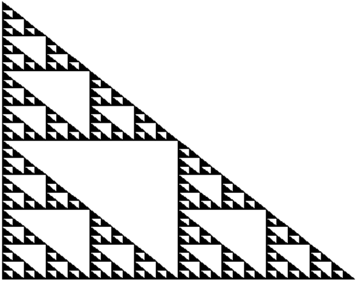
Škálování



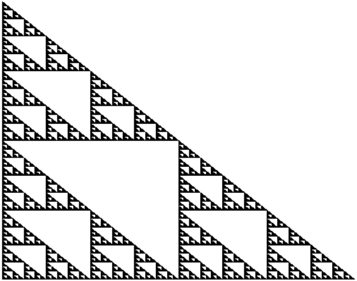
Škálování



Škálování



Škálování



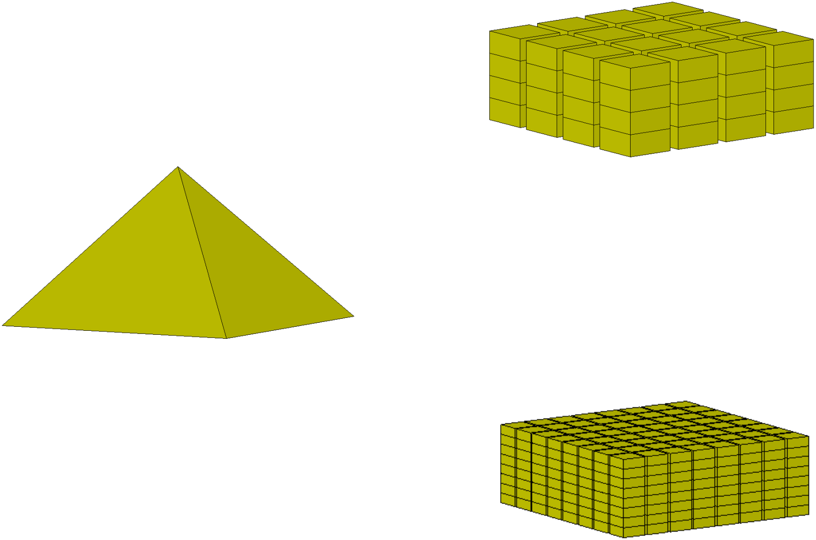
$$\text{šířka} = 2$$

$$\text{objem} = 3$$

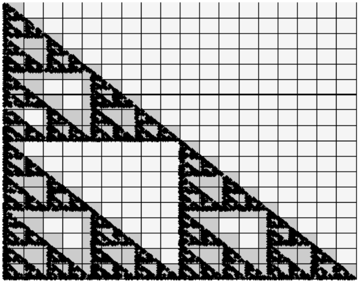
$$D = \frac{\log \text{objem}}{\log \text{šířka}}$$

$$= \frac{\log 3}{\log 2} = 1.585\ldots$$

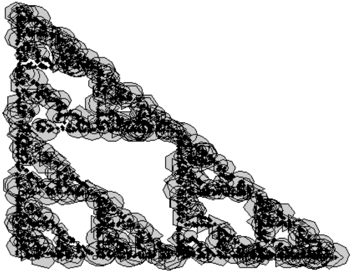
Pokrytí



Pokrytí



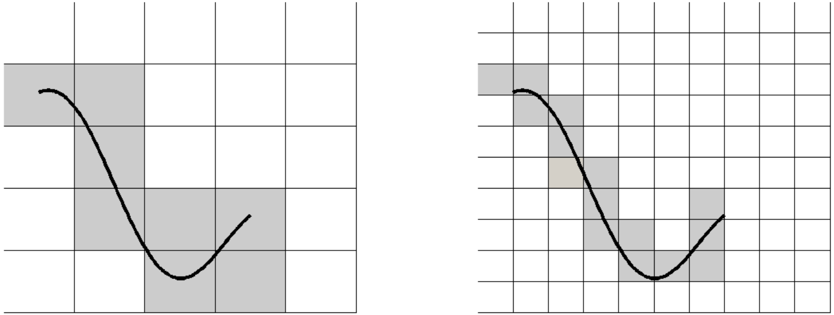
Pokrytí sítí



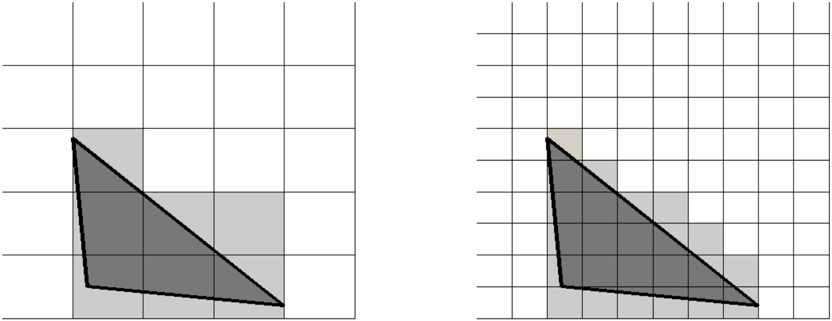
Obecné pokrytí

Nechť $A \subset \mathbb{R}^m$ a $\{A_i \subset \mathbb{R}^m\}$ takové, že $A \subset \cup_i A_i$. Pak $\{A_i \subset \mathbb{R}^m\}$ je pokrytím A.

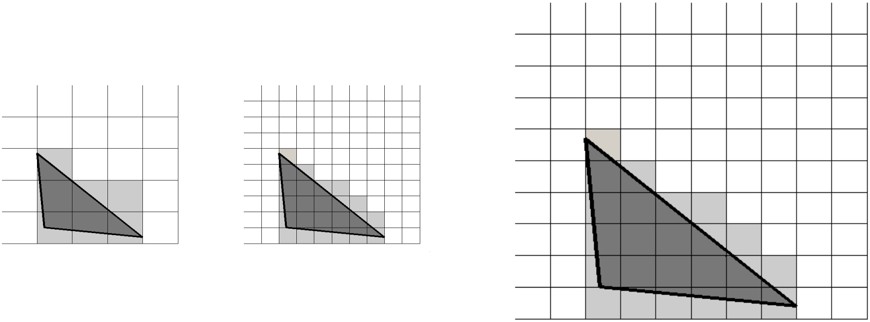
Pokrytí křivky



Pokrytí plochy



Pokrytí plochy



Pokrytí 2× hustší sítí odpovídá pokrytí 2× většího objektu původní sítí.

Pokrývací dimenze

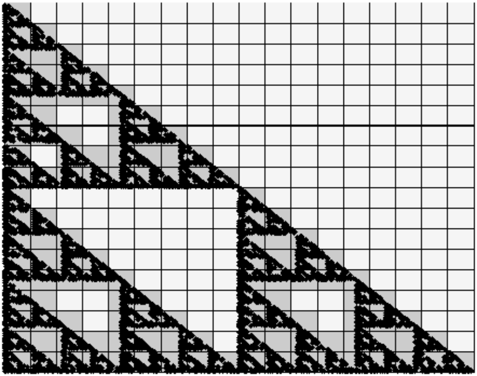
$$N(\epsilon) \approx \left(\frac{1}{\epsilon}\right)^D$$

$$\Rightarrow D = \lim_{\epsilon \to 0} \frac{\log N(\epsilon)}{\log(1/\epsilon)}$$

$\epsilon \ldots$ šířka krychlí sítě

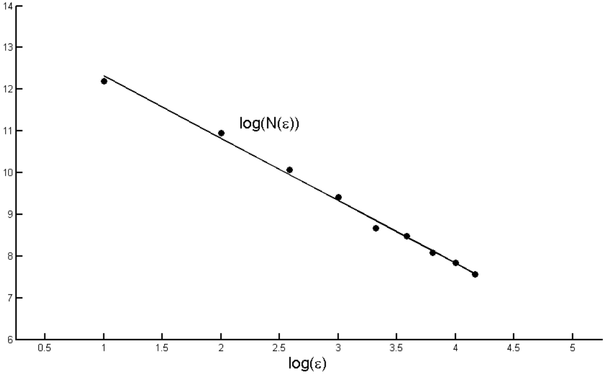
$N(\epsilon) \ldots$ počet pokrývajících krychlí

Pokrytí Sierpinského trojúhelníka



$$D = \lim_{\epsilon \to 0} \frac{\log N(\epsilon)}{\log(1/\epsilon)} = 1.585\ldots$$

Pokrytí Sierpinského trojúhelníka



$$D = \lim_{\epsilon \to 0} \frac{\log(N(\epsilon))}{\log(1/\epsilon)} = 1.585\ldots$$

Hausdorffova dimenze

Hausdorffova míra

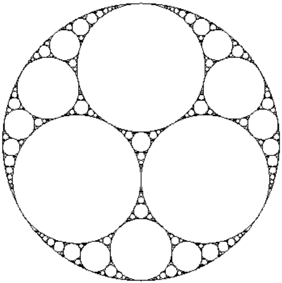
$$H^s(A) := \lim_{\delta \to 0} H^s_\delta(A),$$

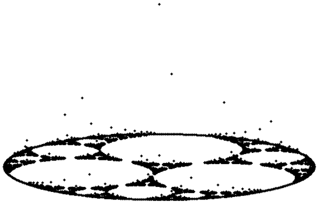
$$H^s_\delta(A) := \inf\{\sum_{i=1}^{\infty} (\text{diam} A_i)^s | A \subset \bigcup_{i=1}^{\infty} A_i, \text{ diam} A_i \leq \delta\}$$

Hausdorffova dimenze

$$\dim_H(A) := \inf\{s \geq 0 | H^s(A) = 0\} = \sup\{s \geq 0 | H^s(A) = \infty\}$$

Struktura Apolloniových kružnic

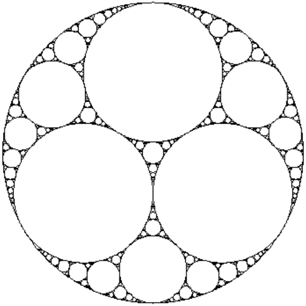




Fraktální dimenze shluku

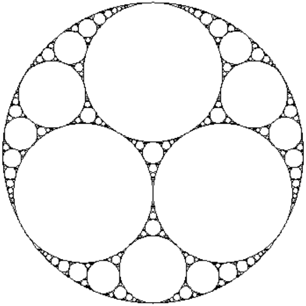
Fraktální dimenze shluku

Fraktální dimenze shluku



Počet částic . . . N
průměr shluku . . . R
prům. poloměr . . . r

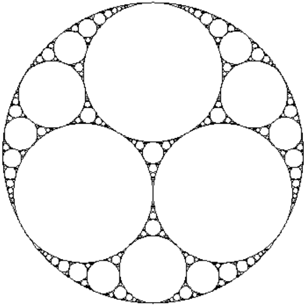
Fraktální dimenze shluku



Počet částic . . . N
průměr shluku . . . R
prům. poloměr . . . r

$$N = \left(\frac{R}{r}\right)^{D_s}$$

Fraktální dimenze shluku

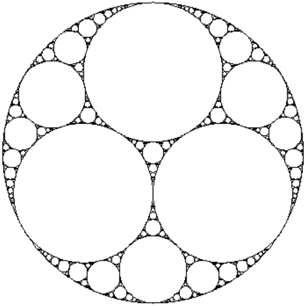


Počet částic . . . N
průměr shluku . . . R
prům. poloměr . . . r

$$N = \left(\frac{R}{r}\right)^{D_s}$$

$$D_s = \frac{\log N}{\log(R/r)}$$

Fraktální dimenze shluku



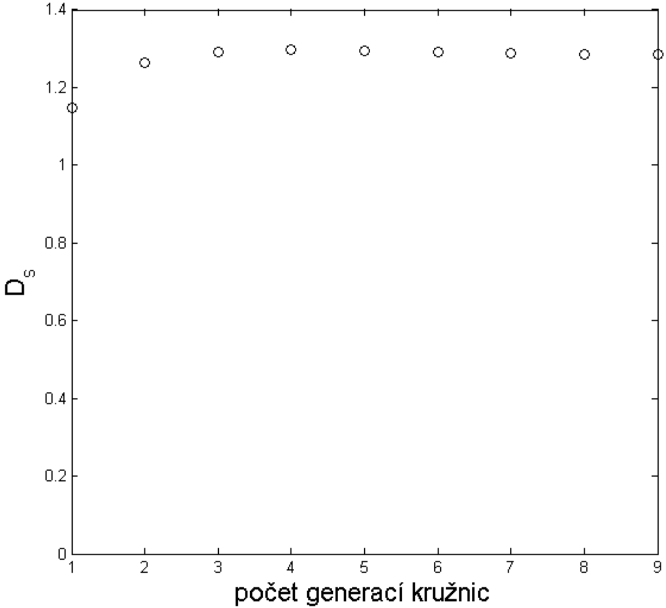
Počet částic . . . N
průměr shluku . . . R
prům. poloměr . . . r

$$N = \left(\frac{R}{r}\right)^{D_s}$$

$$D_s = \frac{\log N}{\log(R/r)}$$

$$D_s = 1.3$$

Fraktální dimenze shluku



Shrnutí

Existuje několik přístupů k dimenzi.

Vybrání vhodného může usnadnit výpočty.

Děkuji za pozornost